MATHEMATIQ

Der Newsletter der MathSIG
(Interessensgruppe innerhalb der Mensa Österreich)

Ausgabe 28

http://www.hugi.scene.org/adok/mensa/mathsig/

Editorial

Liebe Leserinnen und Leser!

Dies ist die achtundzwanzigste Ausgabe von MATHEMATIQ, dem Newsletter der MathSIG. Die MathSIG wurde gegründet, um die spezifischen Interessen mathematisch hochbegabter Menschen zu fördern. In erster Linie soll sie sich also den Themengebieten Mathematik, Informatik, Physik und Philosophie widmen. Beiträge von Lesern sind herzlich willkommen. Wenn in ihnen mathematische Sonderzeichen vorkommen, bitte ich aber, sie zwecks möglichst einfacher und fehlerfreier Formatierung im TEX-Format einzusenden. Als Vorlage ist eine Fassung des jeweils aktuellen Newsletters im TEX-Format auf Anfrage bei mir erhältlich. Außer Artikeln sind natürlich auch Illustrationen für das Titelblatt willkommen. Die Rechte an diesen müssen aber eindeutig bei euch selbst liegen, Kopieren von Bildern aus dem Internet ist nicht erlaubt.

Hinweis: Autoren sind für den Inhalt ihrer Artikel oder Werke selbst verantwortlich. Die in MATHEMATIQ veröffentlichten Beiträge widerspiegeln ausschließlich die Meinung ihrer Autoren und nicht jene des Vereins Mensa. Die Zusendung von Beiträgen gilt auch als Einverständnis zu deren Veröffentlichung in MATHEMATIQ.

Diese Ausgabe beschäftigt sich erneut mit dem P-NP-Problem.

In diesem Sinne: Viel Spaß beim Lesen und Lernen!

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com

Formalisierung des P-NP-Problems

Das *P*-*NP*-Problem lässt sich durch Prädikatenlogik zweiter Ordnung (second order logic) formalisieren.

NP bedeutet, dass eine nichtdeterministische Turingmaschine existiert, die für jede Lösung deren Gültigkeit in polynomieller Zeit nachprüfen kann. Eine nichtdeterministische Turingmaschine ist im Prinzip eine Sammlung von Algorithmen; wenn das Problem in *NP* liegt, gibt es für jede Lösung mindestens einen Algorithmus, der diese Lösung in polynomieller Zeit überprüfen kann. Bei *P* gibt es einen Algorithmus, der jede Lösung in polynomieller Zeit überprüfen kann. Es gilt also:

NP $\equiv \forall x \exists A A(x)$
P $\equiv \exists A \forall x A(x)$

Es lässt sich leicht zeigen, dass *NP*$(\pi) \rightarrow$ *P*(π), aber nicht *P*$(\pi) \rightarrow$ *NP*(π). Ein Beispiel dafür ist $\pi \equiv A(x) \wedge B(y) \wedge \neg A(y) \wedge \neg B(x)$.

Auf logischer Ebene kann man also zeigen, dass ein Problem π, definiert durch eine Lösungsmenge $\{x, y\}$ und eine Algorithmenmenge $\{A, B\}$, das Prädikat *NP* erfüllen kann, ohne *P* zu erfüllen. Das eigentliche Problem darin besteht zu zeigen, dass diese Eigenschaft auf einen real existierenden Algorithmus zutrifft.

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com