MATHEMATIQ

Der Newsletter der MathSIG
(Interessensgruppe innerhalb der Mensa Österreich)

Ausgabe 23

http://www.hugi.scene.org/adok/mensa/mathsig/

Editorial

Liebe Leserinnen und Leser!

Dies ist die dreiundzwanzigste Ausgabe von MATHEMATIQ, dem Newsletter der MathSIG. Die MathSIG wurde gegründet, um die spezifischen Interessen mathematisch hochbegabter Menschen zu fördern. In erster Linie soll sie sich also den Themengebieten Mathematik, Informatik, Physik und Philosophie widmen. Beiträge von Lesern sind herzlich willkommen. Wenn in ihnen mathematische Sonderzeichen vorkommen, bitte ich aber, sie zwecks möglichst einfacher und fehlerfreier Formatierung im TEX-Format einzusenden. Als Vorlage ist eine Fassung des jeweils aktuellen Newsletters im TEX-Format auf Anfrage bei mir erhältlich. Außer Artikeln sind natürlich auch Illustrationen für das Titelblatt willkommen. Die Rechte an diesen müssen aber eindeutig bei euch selbst liegen, Kopieren von Bildern aus dem Internet ist nicht erlaubt.

Hinweis: Autoren sind für den Inhalt ihrer Artikel oder Werke selbst verantwortlich. Die in MATHEMATIQ veröffentlichten Beiträge widerspiegeln ausschließlich die Meinung ihrer Autoren und nicht jene des Vereins Mensa. Die Zusendung von Beiträgen gilt auch als Einverständnis zu deren Veröffentlichung in MATHEMATIQ.

Diese Ausgabe beschäftigt sich mit Boolescher Algebra.

In diesem Sinne: Viel Spaß beim Lesen und Lernen!

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com

Emulation Boolescher Operatoren

Warum ist es möglich, alle anderen Booleschen Operatoren (AND, OR, NOT usw.) mit Hilfe von NAND oder NOR allein zu emulieren, aber nicht mit Hilfe von AND, OR oder XOR allein?

Sehen wir uns zunächst an, wie NAND funktioniert.

NAND(x,y) $= 0 \Leftrightarrow x = y = 1$
NAND(x,y) $= 1 \Leftrightarrow x = 0$ OR $y = 0$

Aus diesem Grund gilt:

NOT:
NAND(x,x) $= 0 \Leftrightarrow x = 1$
NAND(x,x) $= 1 \Leftrightarrow x = 0$

AND:
NAND(NAND(x,y),NAND(x,y)) $= 0 \Leftrightarrow x = 0$ OR $y = 0$
NAND(NAND(x,y),NAND(x,y)) $= 1 \Leftrightarrow x = y = 1$

OR:
NAND(NAND(x,x),NAND(y,y)) $= 0 \Leftrightarrow x = y = 0$
NAND(NAND(x,x),NAND(y,y)) $= 1 \Leftrightarrow x = 1$ OR $y = 1$

Mit NOR ist es analog.

NOR(x,y) $= 0 \Leftrightarrow x = 1$ OR $y = 1$
NOR(x,y) $= 1 \Leftrightarrow x = y = 0$

Entscheidend dabei ist, dass die Operatoren NAND und NOR in einem Fall erfordern, dass beide Parameter das Gegenteil des Ergebnisses sind, und in anderem Fall, dass es zumindest einer der beiden Parameter ist.

Bei AND und OR sind die Parametern im einen Fall mit dem Ergebnis ident, im anderen Fall ist es zumindest einer der beiden Parameter.

Offensichtlich ist es also notwendig, immer mindestens einen Wert "umzudrehen", um alle anderen Booleschen Operatoren emulieren zu können; aus diesem Grund geht es mit NAND oder NOR, aber weder mit AND noch mit OR allein.

Da XOR(0,0) = 0, wird in diesem konkreten Fall der Wert ebenfalls nicht "umgedreht". Dies dürfte der Grund sein, warum es nicht möglich ist, XOR zu verwenden, um alle anderen Booleschen Operatoren zu emulieren.

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com