
MATHEMATIQ

Der Newsletter der MathSIG
(Interessensgruppe innerhalb der Mensa Österreich)

Ausgabe 15

<http://www.hugi.scene.org/adok/mensa/mathsig/>

Editorial

Liebe Leserinnen und Leser!

Dies ist die fünfzehnte Ausgabe von MATHEMATIQ, dem Newsletter der MathSIG. Die MathSIG wurde gegründet, um die spezifischen Interessen mathematisch hochbegabter Menschen zu fördern. In erster Linie soll sie sich also den Themengebieten Mathematik, Informatik, Physik und Philosophie widmen. Beiträge von Lesern sind herzlich willkommen. Wenn in ihnen mathematische Sonderzeichen vorkommen, bitte ich aber, sie zwecks möglichst einfacher und fehlerfreier Formatierung im $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Format einzusenden. Als Vorlage ist eine Fassung des jeweils aktuellen Newsletters im $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Format auf Anfrage bei mir erhältlich. Außer Artikeln sind natürlich auch Illustrationen für das Titelblatt willkommen. Die Rechte an diesen müssen aber eindeutig bei euch selbst liegen, Kopieren von Bildern aus dem Internet ist nicht erlaubt.

Hinweis: Autoren sind für den Inhalt ihrer Artikel oder Werke selbst verantwortlich. Die in MATHEMATIQ veröffentlichten Beiträge widerspiegeln ausschließlich die Meinung ihrer Autoren und nicht jene des Vereins Mensa. Die Zusendung von Beiträgen gilt auch als Einverständnis zu deren Veröffentlichung in MATHEMATIQ.

Diese Ausgabe befasst sich mit einem Problem aus der Graphentheorie.

In diesem Sinne: Viel Spaß beim Lesen und Lernen!

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com

Snarks

Ab und zu schaue ich mir an, welche Diplomarbeiten an der Fakultät, an der ich studiert habe, ausgeschrieben sind, weil mich interessiert, woran geforscht wird - auch wenn meine eigene Diplomarbeit schon längst abgeschlossen ist. Ein Thema, das ich sehr interessant finde, ist das Thema Snarks. Dabei handelt es sich um eine spezielle Art von Graphen, nämlich um solche, bei denen jeder Knoten mit genau drei anderen Knoten verbunden ist und die nicht mit drei, sondern erst mit vier Farben färbbar sind. Das heißt, dass zwei einander benachbarte Knoten nicht die gleiche Farbe zugewiesen bekommen dürfen, und wenn man dies tut, dann sind mindestens vier Farben erforderlich, um den Graphen zu färben. Auch in meiner eigenen Diplomarbeit habe ich mich mit Graphenfärbung beschäftigt; in diesem Diplomarbeitsthema geht es nun darum, ein Programm zu schreiben, das sämtliche Snarks mit 39 bis 46 Knoten findet (denn die Snarks mit 38 oder weniger Knoten sind angeblich bereits alle bekannt). Prinzipiell kein besonders schwieriges Thema für einen begabten Algorithmiker, allerdings könnte es durchaus eine Herausforderung zu sein, nicht nur einen Algorithmus zu entwickeln und zu implementieren, der dieses Problem grundsätzlich löst, sondern einen, der möglichst schnell (und dennoch präzise) arbeitet.

Interessant ist, dass ein Mathematiker bereits im 19. Jahrhundert bewiesen hat, dass aus der Nichtexistenz planarer Snarks der Vier-Farben-Satz folgt. Da sich der Beweis letzteren Satzes sehr aufwändig gestaltete, ist auch anzunehmen, dass es nicht ganz so einfach ist, einen wirklich *effizienten* Algorithmus zum Auffinden neuer Snarks zu entwickeln - also einen Algorithmus, der nicht nur alle Möglichkeiten durchprobiert, sondern schon von vornherein möglichst viele Graphen ausschließt (also feststellt, dass es sich bei ihnen nicht um Snarks handelt). Was die Komplexität des Problems betrifft: Jeder der n Knoten muss mit genau drei anderen Knoten verbunden sein. Wir müssen also pro Knoten $\binom{n-1}{3}$ Möglichkeiten ausprobieren. Und das pro Knoten! Da aber durch die Wahl der drei Nachbarknoten automatisch auch drei Knoten jeweils einen Nachbarknoten zugewiesen bekommen haben, beträgt der Lösungsraum daher $n/3 * \binom{n-1}{3}$. Ob und wie sehr man den tatsächlichen Suchraum begrenzen kann - ja, das erfordert Hirnarbeit. Die Größe des Lösungsraums verhält sich jedenfalls in Bezug auf die Größe der Eingabedaten exponentiell. Die Lösung des derart simpel formulierten Problems erfordert also einen enormen Rechenaufwand.

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com

Uhrzeigersinn und Krümmung

Es war in der ersten Vorlesungseinheit Physik für Mediziner im Wintersemester 2001. Ich hatte damals mit meinem Medizinstudium gerade angefangen und sah einer ungewissen Zukunft entgegen, denn ich war ein mathematischer Typ, der gerne logisch dachte, aber im Medizinstudium ging es ja vor allem ums Auswendiglernen - würde ich das schaffen? Jedenfalls war die Physikvorlesung noch eine der wenigen eher mathematisch orientierten Vorlesungen im Medizinstudium - für viele Studienkollegen von mir eine Qual, aber mir hat sie gefallen.

Nun war es so, dass der Professor uns erklären wollte, warum man eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn als mathematisch positiv bezeichnet. Er begründete das mit der Erdrotation, die Erde drehe sich ja auch gegen den Uhrzeigersinn. Als dies erklärte, murmelte ich vor mich hin: "Das kann man auch mit der Differentialrechnung erklären." Da ich zufälligerweise in der ersten Reihe saß, hörte dies der Professor - und seine Neugierde war geweckt. Er bat mich, ihm es zu erklären. Also sagte ich: "Gut, dann zeichnen Sie eine U-förmige Parabel auf." Er tat es, und ich erklärte: "Der Bogen dieser Parabel ist gegen den Uhrzeigersinn gekrümmt. Wenn man die zweite Ableitung der zugrundeliegenden mathematischen Funktion berechnet, dann wird man feststellen, dass sich eine Konstante größer Null, also eine positive Konstante, ergibt. Deswegen nennt man eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn mathematisch positiv." Der Professor hielt, die Kreide in der Hand, kurz inne, dachte nach - und meinte dann: "Stimmt. Sie haben Recht. Aber das mit der Erdrotation merkt man sich leichter."

So fiel ich gleich in der ersten Vorlesung einem meiner Professoren auf. Das sollte auch nicht das letzte Mal gewesen sein.

Claus D. Volko, cdvolko@gmail.com